

Fonctions de déformation image produit tensoriel généralisées

Generalized Tensor-Product Warps

B. Compte

A. Bartoli

ISIT, Université d'Auvergne

Clermont Université, Université d'Auvergne, ISIT, BP 10448, F-63000 Clermont-Ferrand
benoit.compte@u-clermont1.fr, adrien.bartoli@gmail.com

Résumé

Le flot optique de déformation image est souvent modélisé par une fonction paramétrique appelée warp. Presque tous les warps de la littérature sont définis comme une combinaison linéaire de points de contrôle, comme le warp Free-Form Deformation (FFD) qui utilise un produit tensoriel de B-splines. Il a été montré récemment que le warp FFD modélise la projection affine d'une surface déformable.

Nous présentons dans cet article les warps Generalized Tensor-Product (GTP). Ils permettent de modéliser de manière générique la projection affine ou perspective d'une surface rigide ou déformable. Le warp FFD et le récent warp NURBS en sont deux instances. Nous proposons également un nouveau type de warp plus simple que le warp NURBS, utilisant une fonction affine pour modéliser la profondeur.

Nous apportons des résultats expérimentaux sur données simulées et réelles montrant les améliorations de nos warps GTP par rapport aux warps existants.

Mots Clef

Warp, modélisation, estimation.

Abstract

The inter-image flow field is often modeled by some parametric warp function. Nearly all warps in the literature are based on a linear combination of control points, as for example the Free-Form Deformation (FFD) warp which uses the tensor-product of B-splines. It has been recently shown that the FFD warp models the affine projection of a deforming surface. This is also the case for all tensor-product warps and this limits the extent of deformations that can be modeled by these warps.

We present the Generalized Tensor-Product (GTP) warps. These model the affine and perspective projection of a rigid and a deforming surface in a generic manner. They include the FFD warp and the recent NURBS warp as special cases. We also propose a new kind of warp that is simpler than the perspective warp using an affine function to model the surface's depth.

Experimental results are reported for simulated and real data, showing how our GTP warps improve on existing ones.

Key words

Warp, model, estimation.

1 Introduction

Durant ces dernières décennies, le recalage d'image est devenu un sujet de recherche important en vision par ordinateur. Il permet en effet de nombreuses applications comme la reconnaissance d'objets et la reconstruction 3D, et soulève de nombreux problèmes théoriques et pratiques. Dans cet article, nous nous concentrons sur le problème suivant : étant données deux images d'une même surface 3D, modéliser la transformation géométrique entre les deux images. La transformation entre les deux images est ici modélisée par une fonction paramétrique de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 que l'on appelle un warp. Cette fonction prend un point dans l'image source et lui associe le point correspondant dans l'image cible. La pertinence d'un type de warp donné, sa complexité et sa paramétrisation dépendent des caméras et de la forme de la surface 3D observée. Par exemple, il est bien connu que deux images d'un plan sont liées par une homographie 2D. Pour des surfaces non planes ou déformables, la complexité du warp est bien entendu supérieure.

La littérature propose plusieurs catégories de warps paramétriques. Les plus importantes sont les Radial Basis Functions (RBF), les Tensor-Product (TP) et les Mesh-Based (MB). Comme décrit en §2, chacune d'entre elles possède ses propres caractéristiques qui peuvent se révéler désirables ou non suivant l'application. Cependant, ces warps possèdent tous la caractéristique d'être linéairement dépendants de leurs paramètres, ce qui est très intéressant d'un point de vue calculatoire. Certains travaux récents ont examiné la relation entre l'hypothèse de linéarité et les surfaces et modèles de caméra que ces warps sont capables de modéliser. Il a été démontré que le warp Thin-Plate Spline (TPS) [3], qui est de catégorie RBF, modélise une surface déformable avec caméras affines [1]. Un nouvel ensemble

de warps appelés Generalized Thin-Plate Spline (GTPS) ont été proposés. Ils permettent de modéliser explicitement la projection perspective et les surfaces rigides. On peut raisonnablement supposer que ces résultats peuvent être étendus à n’importe quel warp RBF, dont le warp TPS est un cas particulier. Il a été montré récemment que le warp Free-Form Deformation (FFD) [9] qui est un produit tensoriel de B-splines cubiques, modélise également une surface déformable observée sous projection affine [4]. La projection perspective est, elle, modélisée par un produit tensoriel de Non-Uniform Rational B-splines (NURBS).

Nous apportons dans cet article deux types de contributions. Comme cela est bien connu, le warp FFD possède un net avantage de calcul par rapport au warp TPS du fait qu’il est à support compact. L’image d’un point par le warp FFD ne dépend que de peu de points de contrôle, tandis que le warp TPS va tous les utiliser. Notre première série de contributions apporte des formes analytiques de warps TP pour les surfaces rigides et déformables aussi bien en projection affine que perspective. Le warp FFD [9] et le warp NURBS [4] en sont des cas particuliers. De plus, nous montrons comment estimer les paramètres efficacement en utilisant des méthodes d’estimation basées sur un ensemble de correspondances entre les deux images. Des résultats expérimentaux viennent démontrer l’applicabilité et le pouvoir de représentation de ces nouveaux warps. Ces résultats montrent également que les warps perspectifs déformables sont plus instables numériquement, du fait qu’ils font intervenir explicitement la profondeur de la surface qui est mal conditionnée, comme cela a déjà été observé précédemment [1, 4]. Notre seconde contribution est un nouveau type de warp qui modélise également la projection perspective et est numériquement plus stable que les tentatives précédentes, comme le confirment nos expériences. Nous avons appelé ce warp *déformable intermédiaire* (DI), car il fournit une solution intermédiaire entre un modèle pleinement perspectif et un modèle non perspectif (affine).

Cet article est organisé comme suit. En §2 nous faisons une revue de l’état de l’art. Ensuite nous donnons une définition générale des fonctions TP et des warps TP déformables en §3. Nous présenterons en §4 nos warps rigides TP et en §5 notre warp DI. Finalement, la hiérarchie entre les différents types de warps est résumée en §6.

Notations. Nous utilisons les caractères gras pour les vecteurs (*e.g.* \mathbf{q}), la police sans-serif pour les matrices (*e.g.* \mathbf{M}), l’italique pour les scalaires (*e.g.* x) et la police calligraphique pour les fonctions (*e.g.* \mathcal{W}). Les doubles barres verticales $\|\cdot\|$ désignent la norme euclidienne d’un vecteur ou la norme de Frobenius d’une matrice. Les coordonnées homogènes sont notées $\tilde{\mathbf{q}}^\top \sim (\tilde{q}_1 \tilde{q}_2 \tilde{q}_3)$ avec \sim la relation de proportionnalité. Les coordonnées homogènes normalisées sont notées $\bar{\mathbf{q}}^\top = (\mathbf{q}^\top \ 1)$.

2 Etat de l’art

L’état de l’art concernant la modélisation par des warps paramétriques peut être globalement divisé en trois classes :

les Radial Basis Function (RBF), les Mesh-Based (MB) et les Tensor-Product (TP) dont on a montré qu’ils avaient un pouvoir de modélisation équivalent [5]. Nous passons en revue ces trois classes ci-dessous. Les warps RBF, comme les warps TPS [3], sont contrôlés par des centres de déformation qui peuvent être localisés n’importe où dans l’image. Les warps RBF sont habituellement continus mais, selon le noyau dont ils dépendent, ne bénéficient pas en général d’un support compact. Ils ont été partiellement étendus à la projection perspective de surfaces rigides ou déformables grâce aux GTPS warps [1]. Les MB warps [8, 13] sont similaires aux RBF warps en ce que les points de contrôles (les sommets du maillage) peuvent être placés n’importe où dans les images. Ils ont également l’avantage d’être souvent à support compact. Contrairement aux warps RBF, les warps MB peuvent ne pas être continus. Et enfin, les warps TP [9] ont leurs points de contrôle localisés aux noeuds d’une grille, ce qui les distingue des RBF et MB warps. Ils ont en général l’avantage, comme les MB warps, d’être à support compact (selon le noyau dont ils dépendent) et donnent également des fonctions continues, comme les RBF warps. Il a été montré que le warp FFD modélise la projection affine d’une surface déformable, et sa généralisation à la projection perspective, appelée le warp NURBS, a été proposée dans [4].

Une grande partie de la littérature est consacrée au problème d’estimation numérique des paramètres des warps, aussi bien les méthodes basées sur des correspondances de points [8, 3, 13, 9, 4] que les méthodes directes [2, 7, 12, 10].

Notre article se concentre sur le problème de la modélisation, nous allons également donner en §4 une méthode d’estimation de nos warps GTP basée sur des correspondances de points. Le tableau de la figure 1 résume les caractéristiques de différents warps trouvés dans la littérature.

En conclusion, aucun des warps existant dans la littérature ne combine la possibilité de modéliser la projection perspective de surfaces aussi bien rigides que déformables avec les avantages d’un contrôle local tout en étant continu et dérivable. Nos warps GTP possèdent toutes ces caractéristiques.

3 Préliminaires

Nous donnons ici la définition générale et les outils de base pour calculer les TP warps.

Fonctions TP de \mathbb{R}^2 . Étant donnés deux ensembles de fonctions de base $(\mathcal{M}_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_{i \in \llbracket 1, m \rrbracket}$ et $(\mathcal{N}_j : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_{j \in \llbracket 1, n \rrbracket}$ et un ensemble de points de contrôle $(\mathbf{p}_{i,j})$ de dimension k , nous pouvons définir la fonction continue suivante $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^k$ (avec $\mathbf{q} = (x \ y)^\top$) :

$$\mathcal{T}_k(\mathbf{q}; \mathbf{P}) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \mathbf{p}_{i,j} \mathcal{M}_i(x) \mathcal{N}_j(y) \quad (1)$$

qui est le produit tensoriel de deux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R}^k . $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est la *matrice de contrôle* contenant les pa-

Warps	Contrôle	Points de contrôle	Continu	Projection	Surface	Référence
RBF	selon fonctions de base	n'importe où	oui	affine	déformable	<i>e.g.</i> [3]
MB	local	n'importe où	non	affine	déformable	<i>e.g.</i> [8, 13]
TP	selon fonctions de base	grille	oui	affine	déformable	<i>e.g.</i> [9]
GTPS	global	n'importe où	oui	affine/perspective	déformable/rigide	[1]
NURBS	local	grille	oui	perspective	déformable	[4]
GTP	selon fonctions de base	grille	oui	affine/perspective	déformable/rigide	cet article

FIGURE 1 – Caractéristiques des différents warps paramétriques trouvés dans la littérature.

paramètres de la fonction :

$$\mathbf{P} \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{p}_{1,1} \cdots \mathbf{p}_{1,n} \cdots \mathbf{p}_{m,1} \cdots \mathbf{p}_{m,n})^\top$$

Nous utilisons la notation compacte utilisant le *vecteur de colocation* $\ell_q \in \mathbb{R}^{m \times n}$:

$$\mathcal{T}_k(\mathbf{q}; \mathbf{P}) = \mathbf{P}^\top \ell_q, \quad (2)$$

Warps TP déformables. Le warp TP déformable affine \mathcal{W}_α est défini de la façon suivante :

$$\mathcal{W}_\alpha(\mathbf{q}; \mathbf{X}, \mathbf{Y}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{T}_2(\mathbf{q}; \mathbf{P}), \text{ avec } \mathbf{P}^\top = (\mathbf{X} \ \mathbf{Y}).$$

Le warp FFD classique est un cas particulier de \mathcal{W}_α obtenu avec des fonctions de base B-spline. Le warp déformable perspectif \mathcal{W}_β est défini en coordonnées homogènes de la façon suivante :

$$\tilde{\mathcal{W}}_\beta(\mathbf{q}; \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{W}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{T}_3(\mathbf{q}; \mathbf{P}), \text{ avec } \mathbf{P}^\top = (\mathbf{X} \ \mathbf{Y} \ \mathbf{W}).$$

Le warp NURBS est un cas particulier de \mathcal{W}_β obtenu avec des fonctions de base B-spline.

Propriétés. Nous allons montrer que nos warps TP rigides possèdent des propriétés intéressantes si les propriétés suivantes sont vérifiées par les fonctions de base. Il est possible de montrer que les B-splines vérifient ces propriétés, mais la place nous manque pour en faire la démonstration ici.

- **Partition de l'unité.** Sur le domaine de définition du warp, nous avons $\sum_{i=1}^m \mathcal{M}_i(x) = 1$ et $\sum_{j=1}^n \mathcal{N}_j(y) = 1$.

D'où le corollaire suivant :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \mathcal{M}_i(x) \mathcal{N}_j(y) = 1. \quad (3)$$

- **Warp identité.** Il y a deux jeux de paramètres $(\mathbf{x}_i)_{i \in \llbracket 1, m \rrbracket}$ et $(\mathbf{y}_j)_{j \in \llbracket 1, n \rrbracket}$ tels que $\sum_{i=1}^m x_i \mathcal{M}_i(x) = x$ et $\sum_{j=1}^n y_j \mathcal{N}_j(y) = y$ sur le domaine de définition du warp. Cela signifie qu'il existe une matrice de contrôle P_I telle que :

$$\mathcal{T}_2(\mathbf{q}; P_I) = \mathbf{q}. \quad (4)$$

4 Cas rigide

4.1 Warp rigide affine

Modèle du warp. Dans le repère de la caméra source, la matrice de projection de l'image source est $(I_2 \ 0_2 \times 2)$ et nous appelons S_A la matrice (2×4) de projection de la caméra cible (elle peut être calculée à partir de la matrice fondamentale affine A). Considérons un point 3D \mathbf{Q} dont les projections sont respectivement $\mathbf{q} = (I_2 \ 0_2 \times 2) \tilde{\mathbf{Q}}$ dans l'image source et $\mathbf{q}' = S_A \tilde{\mathbf{Q}}$ dans l'image cible. La première projection nous permet d'écrire $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \theta \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La seconde projection devient alors $\mathbf{q}' = S_A \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \theta \\ 1 \end{pmatrix}$. Nous pouvons modéliser θ par une fonction TP de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} , ce qui nous donne l'expression du warp rigide affine :

$$\mathcal{W}_\gamma(\mathbf{q}; \mathbf{p}, A) = S_A \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p}^\top \ell_q \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Ici, \mathbf{p} est le vecteur de contrôle du warp TP et peut être considéré comme un jeu de « profondeurs projectives de contrôle ». Nous pouvons remarquer que la définition du warp est simplement la projection du modèle 3D $\mathcal{W}_\gamma^{3D}(\mathbf{q}; \mathbf{p}, A) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p}^\top \ell_q \\ 1 \end{pmatrix}$ dans l'image cible.

Un cas particulier du warp déformable affine. Le warp TP déformable affine est défini comme suit :

$$\mathcal{W}_\alpha(\mathbf{q}; \mathbf{P}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{T}_2(\mathbf{q}; \mathbf{P}) = \mathbf{P}^\top \ell_q \quad (6)$$

avec \mathbf{P} une matrice de paramètres $((m+3)(n+3) \times 2)$.

En considérant que la partition de l'unité (3) est vérifiée et que le warp identité existe (4), avec P_I sa matrice de contrôle, le warp rigide affine peut être écrit :

$$\mathcal{W}_\gamma(\mathbf{q}; \mathbf{p}, A) = S_A \begin{pmatrix} P_I^\top \ell_q \\ \mathbf{p}^\top \ell_q \\ 1 \end{pmatrix} = S_A \begin{pmatrix} P_I^\top \\ \mathbf{p}^\top \\ 1 \end{pmatrix} \ell_q. \quad (7)$$

Il s'agit de l'expression d'un warp déformable affine dont la matrice de contrôle est $S_A \begin{pmatrix} P_I^\top \\ \mathbf{p}^\top \\ 1 \end{pmatrix}$.

Estimation du warp. Pour estimer le warp rigide affine, nous devons estimer la matrice fondamentale affine A et les paramètres \mathbf{p} . Nous allons montrer qu'à partir des correspondances de points, l'estimation de A et \mathbf{p} peut se faire indépendamment par moindres carrés linéaires.

Nous suivons la formulation des moindres carrés : on cherche les paramètres minimisant

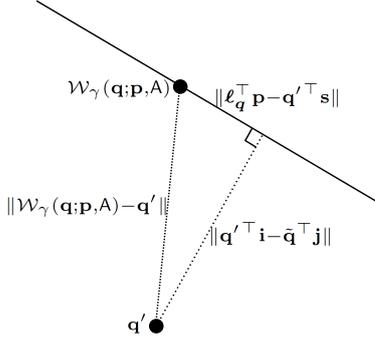


FIGURE 2 – Illustration de la décomposition de l’erreur de transfert grâce à la géométrie épipolaire. La droite épipolaire issue du point \mathbf{q} est représentée par le trait plein.

$\|\sum_{\mathbf{q} \leftrightarrow \mathbf{q}'} \mathcal{W}_\gamma(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{A}) - \mathbf{q}'\|^2$, avec \mathbf{q} les points sources et \mathbf{q}' les points cibles. Cette distance peut être séparée en deux termes impliquant respectivement \mathbf{A} et \mathbf{p} .

Nous allons utiliser les décompositions suivantes : $\mathbf{S}_A \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{S}_1 \ \mathbf{S}_2 \ \mathbf{s} \ \mathbf{S}_3)$, avec $\mathbf{S} \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{S}_1 \ \mathbf{S}_2 \ \mathbf{S}_3)$ une matrice (2×3) , et

$$\mathbf{A} \stackrel{\text{def}}{\approx} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{i} \\ 0 & 0 & \mathbf{j}^\top \end{pmatrix}.$$

Les matrices \mathbf{A} et \mathbf{S}_A sont liées par les égalités suivantes [6] :

$$\mathbf{S}^\top \mathbf{R} \mathbf{s} = \mathbf{i} \text{ et } \mathbf{R} \mathbf{s} = \mathbf{j}. \quad (8)$$

Puis nous définissons $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $\mathbf{Z} = (\mathbf{s} \ \mathbf{R} \mathbf{s}) \in SO(2, \mathbb{R})$. En exploitant les degrés de liberté de la base de caméra affine [6], on peut faire en sorte que les propriétés suivantes soient satisfaites :

$$\mathbf{s}^\top \mathbf{s} = 1, \mathbf{S}^\top \mathbf{s} = 0, \text{ et } \mathbf{s}^\top \mathbf{R} \mathbf{s} = 0. \quad (9)$$

Partons de la distance à minimiser :

$$\|\mathcal{W}_\gamma(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{A})^\top - \mathbf{q}'^\top\|^2 = \|(\ell_q^\top \mathbf{p})^\top \mathbf{s}^\top + \tilde{\mathbf{q}}^\top \mathbf{S}^\top - \mathbf{q}'^\top\|^2.$$

En multipliant par \mathbf{Z} , la norme reste inchangée :

$$\begin{aligned} \|\mathcal{W}_\gamma(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{A})^\top - \mathbf{q}'^\top\|^2 &= \|\ell_q^\top \mathbf{p} \mathbf{s}^\top \mathbf{Z} + \tilde{\mathbf{q}}^\top \mathbf{S}^\top \mathbf{Z} - \mathbf{q}'^\top \mathbf{Z}\|^2 = \\ &= \|\ell_q^\top \mathbf{p} \mathbf{s}^\top \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{q}}^\top \mathbf{S}^\top \mathbf{s} - \mathbf{q}'^\top\|^2 + \|\ell_q^\top \mathbf{p} \mathbf{s}^\top \mathbf{R} \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{q}}^\top \mathbf{S}^\top \mathbf{R} \mathbf{s} - \mathbf{q}'^\top \mathbf{R} \mathbf{s}\|^2. \end{aligned}$$

Puis, en utilisant les propriétés évoquées en 8 et 9 :

$$\|\mathcal{W}_\gamma(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{A})^\top - \mathbf{q}'^\top\|^2 = \|\ell_q^\top \mathbf{p} - \mathbf{q}'^\top \mathbf{s}\|^2 + \|\mathbf{q}'^\top \mathbf{i} - \tilde{\mathbf{q}}^\top \mathbf{j}\|^2.$$

La partie droite de la somme est la distance épipolaire dont l’optimisation fournit la matrice fondamentale affine \mathbf{A} . L’optimisation de la partie gauche (la solution d’un système linéaire sparse) donne les paramètres \mathbf{p} . Cette décomposition est illustrée figure 2.

4.2 Warp rigide perspectif

Modèle du warp. Dans le repère de la caméra source, la matrice de projection dans l’image source est $(\mathbf{I}_3 \ 0_{3 \times 1})$ et nous appelons \mathbf{G}_F la matrice (3×4) de projection de la caméra cible (elle peut être calculée à partir de la matrice fondamentale \mathbf{F}). Ici, les projections d’un point 3D \mathbf{Q} sont respectivement $\tilde{\mathbf{q}} = (\mathbf{I}_3 \ 0_{3 \times 1}) \tilde{\mathbf{Q}}$ dans l’image source et $\mathbf{q}' = \mathbf{G}_F \tilde{\mathbf{Q}}$ dans l’image cible. La première projection nous permet d’écrire $\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \theta \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La seconde projection devient alors $\mathbf{q}' = \mathbf{G}_F \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \theta \end{pmatrix}$. Nous pouvons modéliser θ par un warp TP de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} et obtenir l’expression d’un warp rigide affine en coordonnées homogènes :

$$\tilde{\mathcal{W}}_\delta(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{F}) = \mathbf{G}_F \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \mathbf{p}^\top \ell_q \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Ici, \mathbf{p} est le vecteur de contrôle du TP warp et peut être considéré comme un jeu de « profondeurs projectives inverses de contrôle ». Comme pour le warp rigide affine, nous pouvons remarquer que la définition du warp est simplement la projection du modèle 3D $\tilde{\mathcal{W}}_\delta^{3D}(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{F}) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \mathbf{p}^\top \ell_q \end{pmatrix}$ sur l’image cible.

Un cas particulier de warp déformable perspectif. Le warp TP déformable perspectif est défini en coordonnées homogènes par :

$$\tilde{\mathcal{W}}_\beta(\mathbf{q}; \mathbf{p}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{T}_3(\mathbf{q}; \mathbf{P}) = \mathbf{P}^\top \ell_q \quad (11)$$

avec \mathbf{P} une matrice de paramètres $(mn \times 3)$.

En considérant que la partition de l’unité est vérifiée (3) et que le warp identité existe (4), avec \mathbf{P}_I sa matrice de contrôle, le warp rigide perspectif peut s’écrire :

$$\tilde{\mathcal{W}}_\delta(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{F}) = \mathbf{G}_F \begin{pmatrix} \mathbf{P}_I^\top \ell_q \\ \mathbf{1}^\top \ell_q \\ \mathbf{p}^\top \ell_q \end{pmatrix} = \mathbf{G}_F \begin{pmatrix} \mathbf{P}_I^\top \\ \mathbf{1}^\top \\ \mathbf{p}^\top \end{pmatrix} \ell_q. \quad (12)$$

Ceci est l’expression d’un warp déformable perspectif dont la matrice de contrôle est $\mathbf{G}_F \begin{pmatrix} \mathbf{P}_I^\top \\ \mathbf{1}^\top \\ \mathbf{p}^\top \end{pmatrix}$.

Estimation du warp. Pour estimer le warp rigide perspectif, nous devons estimer la matrice fondamentale \mathbf{F} et les paramètres \mathbf{p} qui minimisent $\|\mathcal{W}_\delta(\mathbf{q}; \mathbf{p}, \mathbf{F}) - \mathbf{q}'\|^2$, ce qui est un problème de moindres carrés non linéaires, du fait de la division dans la définition du warp rigide perspectif. Dans notre implémentation nous avons choisi d’estimer \mathbf{F} et \mathbf{p} séparément (ce qui nous permet d’utiliser le même processus, que la matrice \mathbf{F} soit connue d’avance ou non), malgré le fait que le résultat obtenu puisse être légèrement différent.

4.3 Expériences

Implémentation. Pour tester nos modèles de TP, nous utilisons un cas particulier de warps TP basé sur des fonctions de base B-Spline de degré 3. Dans cette implémentation le warp déformable affine est un warp FFD et le warp déformable perspectif est un warp NURBS.

Lorsque les correspondances de point sont bruitées, ou lorsqu’elles sont trop peu nombreuses, nous avons besoin

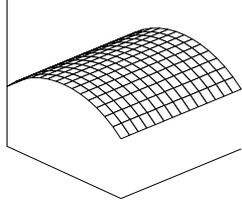


FIGURE 3 – Section de cylindre utilisée dans les expériences avec une surface rigide.

d’un terme de régularisation. Nous avons choisi d’utiliser l’énergie de torsion 2D ou 3D du warp, définies comme suit :

$$E_{2D}(\mathbf{P}) \stackrel{\text{def}}{=} \iint \left\| \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \mathbf{q}^2}(\mathbf{q}; \mathbf{P}) \right\|^2,$$

$$E_{3D}(\mathbf{p}) \stackrel{\text{def}}{=} \iint \left\| \frac{\partial^2 \mathcal{W}^{3D}}{\partial \mathbf{q}^2}(\mathbf{q}; \mathbf{p}) \right\|^2.$$

L’estimation consiste donc à trouver les paramètres du warp minimisant $\sum_{\mathbf{q} \leftrightarrow \mathbf{q}'} \|\mathcal{W}(\mathbf{q}) - \mathbf{q}'\|^2 + \lambda E$, avec λ le paramètre de régularisation choisi manuellement, et E égal à E_{2D} ou E_{3D} suivant le warp.

Données simulées. Nous générons deux images en simulant deux caméras observant une surface rigide. Dans ces expériences, la surface est une section de cylindre, comme le montre la figure 3. Les points de données sont générés en projetant sur chaque caméra 100 points choisis aléatoirement sur la surface. Nous ajoutons un bruit gaussien contrôlé par l’écart type σ exprimée en pixels. Les warps sont évaluées pour diverses valeurs de σ .

Nous n’estimons pas la performance du warp en mesurant l’erreur de transfert sur les correspondances utilisées dans l’évaluation. En effet, le warp déformable étant plus flexible, il va nécessairement être plus proche des données que le warp rigide alors qu’il est plus éloigné du modèle, et a fortiori des autres points de la surface. Nous devons donc évaluer les performances du warp au niveau de toute la surface, et plus seulement des points de données. Pour cela, nous prenons un jeu de validation de 100 000 points aléatoires, et mesurons l’erreur de transfert sur ce jeu de validation.

Pour chaque valeur de σ , le score de validation est calculé sur 100 répliques, et le résultat retenu est leur moyenne.

Warps affines. La surface 3D est observée par des caméras affine (les images obtenues sont de taille 512×512). La figure 4.3 montre l’influence du niveau de bruit sur les warps affines pour différentes tailles de la grille. Nous pouvons voir que les warps rigides donnent de meilleurs résultats, ce qui confirme le bénéfice attendu par rapport au warp déformable.

Warps perspectifs. Nous utilisons ici des caméras perspectives ayant une focale effective de 256 pixels et donnant des images de taille 512×512 pixels. La surface est placée à 512 pixels du centre de la caméra. La figure 4.3 montre l’influence du niveau de bruit sur les warps perspectifs pour

différentes tailles de la grille. Nous pouvons voir que le warp NURBS est assez instable, tandis que notre warp rigide se comporte beaucoup mieux.

Données réelles. Ces expériences sont basées sur les images d’une surface rigide, respectivement avec des caméras affines et perspectives. Nous estimons le warp à partir de 206 points de correspondance et fixons le nombre de points de contrôle à 56 (*i.e.* une grille 5×4). Les petits cercles permettent de visualiser les points mis en correspondance entre les deux images et la grille représente soit l’espace de départ, soit l’espace d’arrivée du warp. La figure 6 montre une comparaison entre les warps FFD et rigide affine, tandis que la figure 7 montre la reconstruction 3D de la surface donnée par le warp rigide. De la même manière, la figure 8 montre une comparaison entre les warps NURBS et rigide perspectif, et la figure 9 montre la reconstruction 3D de la surface donnée par le warp rigide.

Nous pouvons voir que les warps rigides et déformables donnent un résultat assez similaire. Cependant, les warps rigides présentent le grand avantage de fournir directement un modèle 3D.

5 Le cas déformable

5.1 Warp déformable intermédiaire

Le warp déformable perspectif est le quotient d’un warp déformable affine (qui modélise la “partie affine” de la projection) par une fonction TP 1D (qui modélise la “profondeur”, ou la “partie perspective”). L’idée principale du warp déformable intermédiaire (DI) est de modéliser la profondeur de façon plus simple, avec une fonction affine plutôt que TP. Cette nouvelle classe de warps est définie comme une solution intermédiaire entre les warps affine et perspectif.

Le DI warp est défini en coordonnées homogènes comme suit :

$$\tilde{\mathcal{W}}_{\epsilon}(\mathbf{q}; \mathbf{P}, \mathbf{a}) = \left(\frac{\mathcal{W}_{\alpha}(\mathbf{q}; \mathbf{X}, \mathbf{Y})}{\mathbf{a}^T \tilde{\mathbf{q}}} \right), \text{ avec } \mathbf{a} \in \mathbb{R}^3. \quad (13)$$

On remarque que l’homographie et le warp déformable affine sont des cas particuliers du warp DI. On obtient l’homographie lorsque la partie “affine déformable” (*i.e.* le numérateur) est réduite au warp identité (voir propriété (4)), et le warp déformable affine est obtenu lorsque $\mathbf{a}^T = (0 \ 0 \ 1)$. Le DI warp peut ainsi modéliser un plan en géométrie perspective, et n’importe quelle surface déformable en géométrie affine. Ceci nous permet de penser que ce warp est capable de modéliser des surfaces déformables lorsque l’effet de perspective n’est pas trop marqué.

Nous pouvons également constater que ce warp est un cas particulier du warp déformable perspectif, car les propriétés (4) et (3) permettent d’écrire le dénominateur comme une fonction TP 1D. De plus, nous avons montré ci-avant que le warp déformable affine est un cas particulier de DI warp. Ainsi, nous pouvons espérer que le DI warp apporte une meilleure solution que le warp affine, mais sans doute moins bonne que le warp perspectif, dans le cas de caméras perspectives.

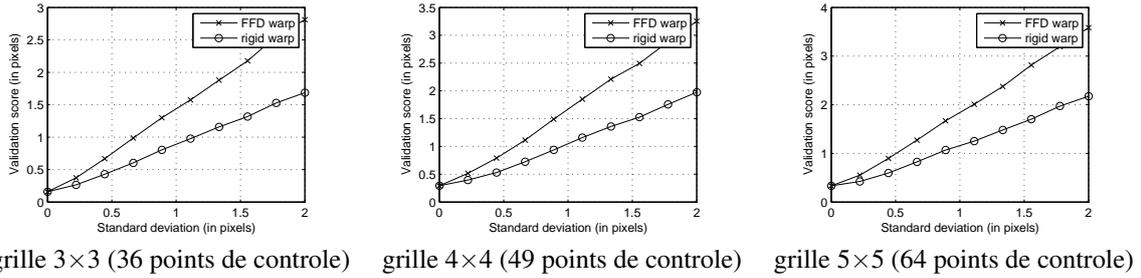


FIGURE 4 – Influence du niveau de bruit sur les warps affines.

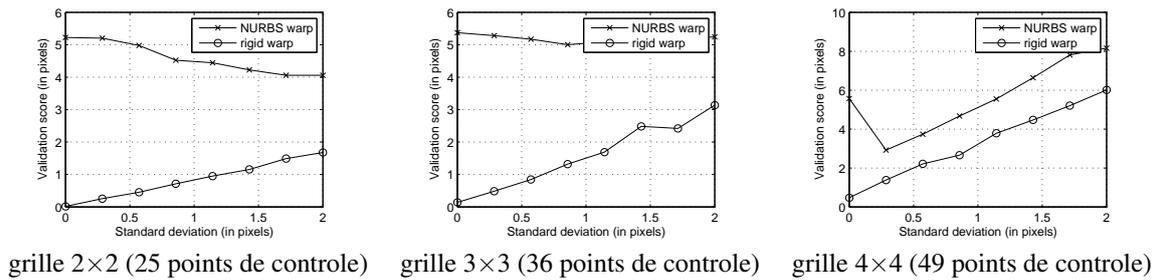


FIGURE 5 – Influence du niveau de bruit sur les warps perspectifs.

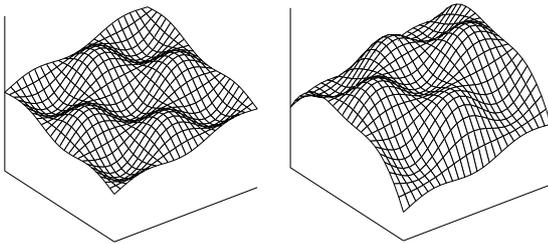


FIGURE 10 – Surface utilisée dans les expériences avec le warp intermédiaire (gauche : avant déformation, droite : après déformation)

5.2 Expériences

Données simulées. Comme dans les expériences précédentes, le TP warp est implémenté en utilisant des bases B-spline de degré 3. Nous générons deux images en simulant deux caméras perspectives observant une surface déformable. La surface utilisée dans ces expériences est représentée sur la figure 10.

La figure 11 montre les graphes du score de validation pour une distance caméra-surface comprise entre 215 et 758 pixels et pour différentes tailles de grille. La focale de la caméra est compensée de façon à ce que la surface conserve la même taille apparente.

Nous pouvons voir que les résultats du warp intermédiaire sont compris entre ceux du FFD warp et du NURBS warp.

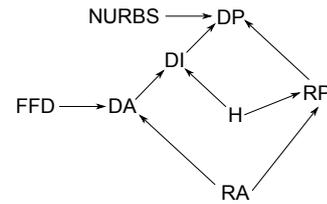


FIGURE 13 – Hiérarchie des warps GTP.

Données réelles. Cette expérience utilise les images d'une surface déformable en géométrie perspective. Les warps sont estimés grâce à 105 correspondances de points et le nombre de points de contrôle utilisés est 56 (*i.e.* une grille 5×4). Les scores de validation sont obtenus en retenant la valeur moyenne sur 20 répliques.

On voit clairement sur la figure 12 que le warp DI donne une solution intermédiaire entre le warp NURBS et le warp FFD.

6 Hiérarchie des warps GTP

Nous résumons dans la figure 13 ce que nous avons dit en §§4 et 5 à propos de la hiérarchie des warps GTP. Nous utilisons les acronymes suivants : rigide (R), déformable (D), affine (A), perspectif (P), intermédiaire (I), homographique (H). Chaque flèche signifie "est un".

7 Remerciements

Nous souhaitons remercier Salzmann et al. pour les données réelles de [11].

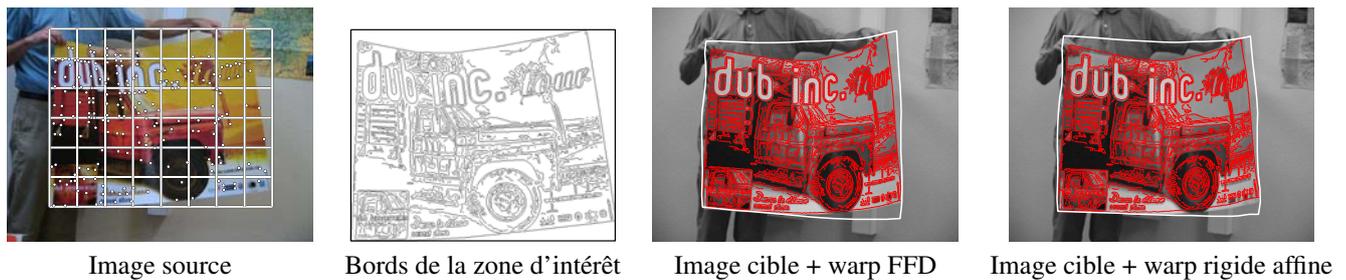


FIGURE 6 – Comparaison entre warps FFD et rigide affine.



FIGURE 7 – Surface 3D reconstruite vue sous trois angles différents (warp rigide affine).

8 Conclusion

Nous avons défini dans cet article les warps GTP (dont les warps FFD et NURBS sont des cas particuliers) et introduit de nouveaux types de warps TP destinés à modéliser une surface rigide, aussi bien dans le cas affine que perspectif. Ces nouveaux warps définissent un modèle 3D rigide qui est projeté sur la caméra cible. Nous avons montré que ces warps modélisent les surfaces rigides de façon plus précise que warps déformables, et qu'ils sont également plus stables.

Nous avons ensuite présenté un nouveau type de warps que nous avons appelé le warp déformable intermédiaire qui est un cas particulier du warp déformable perspectif et une généralisation du warp déformable affine. Nous avons montré que ce warp donne de meilleurs résultats que le warp déformable affine et peut parfois être utilisé à la place du warp déformable perspectif.

Cependant, nous ne nous sommes intéressé qu'aux méthodes d'estimation basées sur des correspondances de points pour estimer les paramètres du warp, et il serait intéressant dans un prochain travail d'étudier les méthodes d'estimation directe pour nos warps.

References

- [1] A. Bartoli, M. Perriollat, and S. Chambon. Generalized thin-plate spline warps. *International Journal of Computer Vision*, 88(1):85–110, 2010.
- [2] A. Bartoli and A. Zisserman. Direct estimation of non-rigid registrations. *British Machine Vision Conference*, volume 2, pages 899–908, 2004.
- [3] F. L. Brookstein. Principal warps: Thin-plate splines and the decomposition of deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(6):567–585, 1989.
- [4] F. Brunet, A. Bartoli, N. Navab, and R. Malgouyres. NURBS warps. *British Machine Vision Conference*, 2009.
- [5] F. Brunet, V. Gay-Bellile, A. Bartoli, N. Navab, and R. Malgouyres. Feature-driven direct non-rigid image registration. *International Journal of Computer Vision*, 93(1):32–52, 2011.
- [6] R. I. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN: 0521540518, second edition, 2004.
- [7] E. Malis. An efficient unified approach to direct visual tracking of rigid and deformable surfaces. *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007.
- [8] J. Pilet, V. Lepetit, and P. Fua. Fast non-rigid surface detection, registration and realistic augmentation. *International Journal of Computer Vision*, 76(2):109–122, 2008.
- [9] D. Rueckert, L. I. Sonoda, C. Hayes, D. L. G. Hill, M. O. Leach, and D. J. Hawkes. Nonrigid registration using free-form deformations: Application to breast MR images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(8):712–721, 1999.
- [10] O. Ruepp, D. Burschka, and R. Bauernschmitt. Towards online intensity-based surface recovery from monocular images. *British Machine Vision Conference*, pages 77.1–11, 2010.
- [11] M. Salzmann, F. Moreno-Noguer, V. Lepetit, and P. Fua. Closed-form solution to non-rigid 3d surface registration. *European Conference on Computer Vision*, 2008.
- [12] T. Vercauteren, X. Pennec, A. Perchant, and N. Ayache. Diffeomorphic demons: Efficient non-parametric image registration. *NeuroImage*, 45(1), 2009.
- [13] J. Zhu, S. C. H. Hoi, and M. R. Lyu. Nonrigid shape recovery by gaussian process regression. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009.

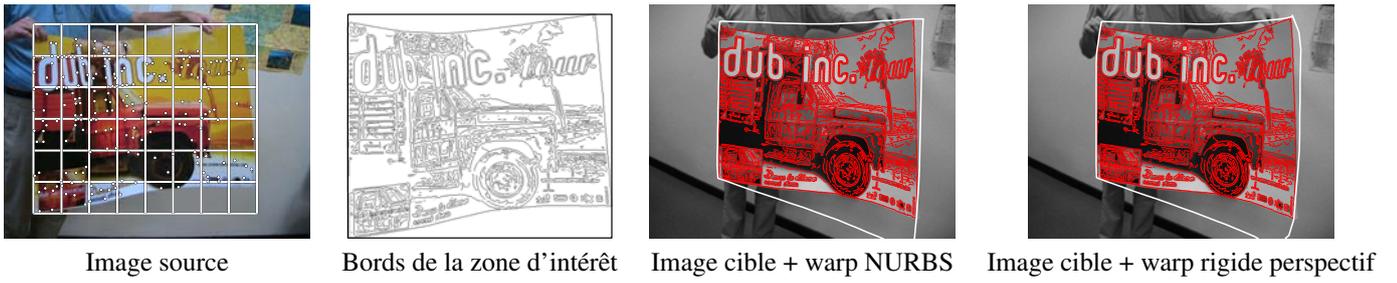


FIGURE 8 – Comparaison entre warps NURBS et rigide perspectif.



FIGURE 9 – Surface 3D reconstruite vue sous trois angles différents (warp rigide perspectif).

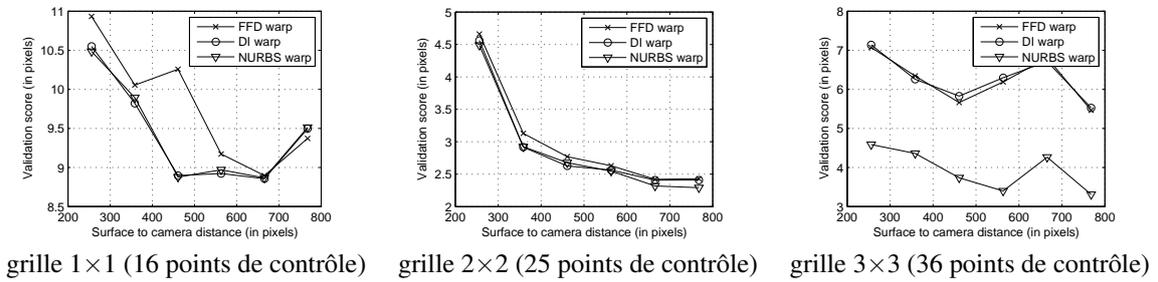


FIGURE 11 – Influence de la perspective pour les warps déformables.

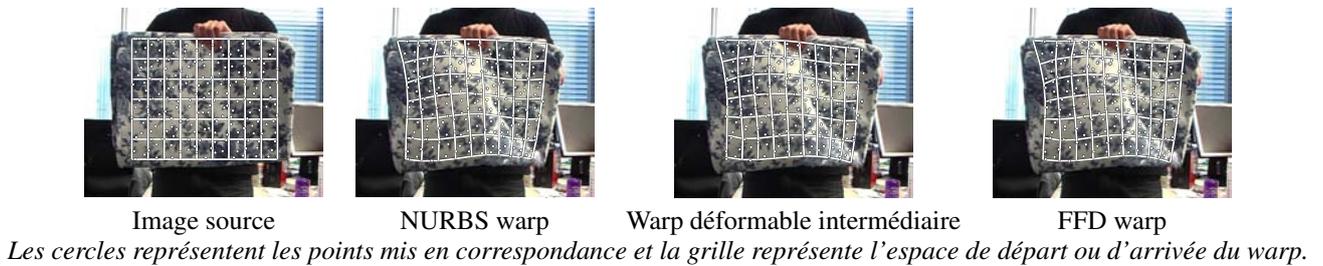


FIGURE 12 – Comparaison entre NURBS, déformable intermédiaire et FFD.